第二章 思考モデル

2.1 拡散と集中の反復による思考モデル

第一章1.5節での思考の解析に基いて、拡散化作用と集中化作用の交互反復過程を基礎とした、図2-1のような思考モデル(TM)を、作成した。以下、このシステムをTMと略す。fは拡散関数，gは集中関数，hは言語化関数，$\mathbb{I}$は入力ベクトル，$\mathbb{Q}$は状態ベクトル，$\mathbb{S}$は準状態ベクトル，$\mathbb{O}$は出力ベクトルである。これらについて、順を追って、次に説明していく。

[Q]；今、このTMは、n個の言語表現可能な概念 $c_1, c_2, \cdots, c_n$ を持っているとする。この場合の概念とは、それが言語表現されたときに、単語になるか、文になるか、それとも文章になるかわからないけれども，そうした文法的なことは、ここでは考慮せず，とにかく言語表現可能であるという程度の規定にとどめておく。n次元状態ベクトル$\mathbb{Q}$の元q_iは、概念c_iの想起

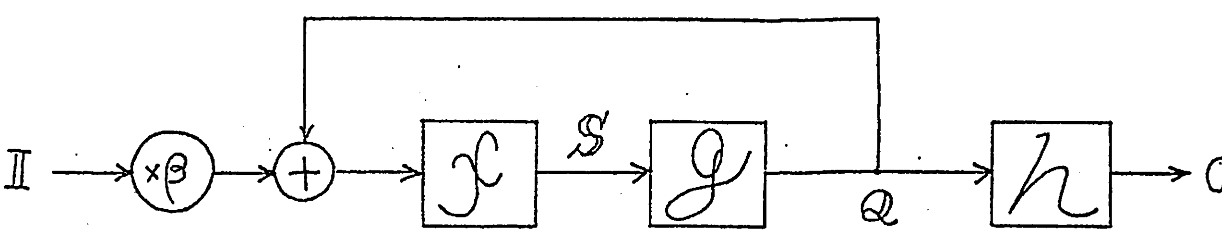


図2-1 思考のモデル TM

の度合を表す。従って、$\mathbb{Q}$は、今、何を考えているかという、思考の状態を表すことになる。ここでq_iは、他の元との相対的な大きさに意味があるので便宜上、$\sum_{i=1}^{n} q_i = 1$という制限を設ける。このことは、1.5節の議論に従えば、思考のエネルギーの全体量は、その集中、拡散にかかわらず、一定であるということを意味している。

[$\mathbb{I}$]；n次元入力ベクトル$\mathbb{I}$の元i_jは、0か1の値をとり、$i_j=1$の時は、概念c_jの言語表現されたものが入力となったことを意味する。従って、$\mathbb{I}$の各元のうち、1の値をとるものが二つ以上になることはない。

[$\mathbb{O}$]；n次元出力ベクトル$\mathbb{O}$も$\mathbb{I}$と同じように、その元o_kは0か1の値をとり、$o_k=1$の時は、概念c_kの言語表現されたものが、出力となって、出ていくことを意味する。従って、この場合も、1の値をとる$\mathbb{O}$の元の数は、二つ以上になることはない。

[$\mathbb{S}$]；このTMの場合、状態$\mathbb{Q}$の遷移は、1サイクル分の拡散と集中によって、行なわれるのであって、本来、この拡散と集中は、1.5節で述べたように、同時相反過程として考えるべきであるので、$\mathbb{S}$なる準状態ベクトルは、存在しないはずであるが、システム・モデル化の段階では、同時相反過程のシステムによる表現は困難であるために、交互反復過程と

して表現した。(勿論、本質的には、何ら変らない。) その為に、$\mathcal{S}$が存在することになったが、思考の解析上での根拠は持たない。

[f]; これは、拡散化作用を受け持つ、拡散関数で、その性質上、次のような線形関数を用いた。

$$\mathcal{S} = f(Q, \mathrm{I\!I})$$
$$= (M + N(\alpha)) \cdot (Q + \beta \cdot \mathrm{I\!I})$$

Mはn次正方行列で、その元m_{ij}は、概念c_jから概念c_iを連想する度合を表す拡散行列である。従って、Mを、n個の列ベクトルと考えると、第i番目の列ベクトルの各元は、概念c_iから、各概念$c_1, \cdots, c_n$への相対的な連想度を表すので、便宜上、$\sum_{k=1}^{n} m_{ki} = 1$という制限を設ける。このようにしても、例えば概念$c_i$が全く、他の概念を連想しない時でも、$m_{ii} = 1$、その他$m_{ki} = 0$と表せるので不都合はない。

N(α)も同じくn次正方行列で、その元がすべて$n_{ij} = \alpha$という特殊なもので、このαの符号により、もし、$\alpha > 0$ならば空想的、$\alpha < 0$ならば神経質、というように、連想の性質を表現し、その絶対値は、その度合を表す。但し、$\alpha < 0$の場合は、$m_{ij} - \alpha < 0$という、負の連想度が生じる場合があり、不適切であるので、この場合には、常に、$m_{ij} - \alpha = 0$

とする。従って、M+N(α) の +記号は、普通の加算に、この条件を加えた演算を表すことになる。

βは入力への注意度を表し、大きいほど入力に対し、敏感である。

状態Qと入力Iを線形結合にしたのは、1.5節(2)において、オートマトンの制御問題を例にとって述べたように、言語入力は、感覚入力と異り直接、概念想起、即ち、状態に関与すると考えられたからである。

[g]; これは、集中化作用を受け持つ集中関数で、大きい値をより大きく、小さい値をより小さくするような性質を持つものである。それを数式で定義することは、むつかしいが、そのような性質を持つ関数は、いろいろ考えられる。本論文では、次のような、べき乗正規化関数を用いる。

$$Q = g(S) \; : \; q_i = \frac{s_i^p}{\sum_{k=1}^{n} s_k^p}$$

このような、べき乗正規化関数の、集中化作用は次のように表現できる。

$$\sum_i \left(\frac{q_i}{\sum_{k=1}^{n} q_k} \right)^r \geq \sum_i \left(\frac{s_i}{\sum_{k=1}^{n} s_k} \right)^r \quad , \; r > 1$$

そこで、このべき乗数 P が意識の覚醒度を表すことになる。

もし、この集中関数として、閾値関数を用いれば、1.4節で紹介した

Caianiello の神経回路網のモデルに似たものになる。

[h]; これは、状態から出力を生む言語化関数で

$$O = h(Q)$$

集中と拡散の交互反復過程、即ち fg サイクルの中で、十分に概念想起したものを、言語表現する性質を持つので、閾値関数を用いた。

$$\begin{cases} q_i \geq T \text{ のとき } O_i = 1 \\ q_j < T \text{ のとき } O_j = 0 \end{cases}$$

従って、Tが大きいと発言に対して慎重になり、或いは口が重く、Tが小さいと、多弁になる。但し、Tが0.5以下の時は、Oの元のうち、二つ以上が1になる可能性があるので、最大値選択を併用する必要がある。

更に、$O_i = 1$ のときは、$q_i = 1$ とする。これは、次のような事情に基く。思考言語は、1.1節、1.5節でも述べたように、明確に言語化されているわけではない。特に、主語の類の欠落は、著るしい。それをヴィゴツキーは「完全な述語主義」と表現している。しかし、当然のことではあるが、音声言語化したときには、十分、明確になっているからである。

以上、図2-1の思考モデルTMについて説明してきたが、このシステム

の詳しい解析は、次節以下で行い、これを用いた思考過程の計算機シミュレーションを第三章で行う。

2.2 その数学的解析 ------「収束問題」

(1) 拡散関数 f について[(55),(56)]

ここでは、$f^n : n \to \infty$ 即ち、$x(k+1) = f(x(k)) = M \cdot x(k)$ の収束性について述べる。

M は、その列和 $\sum_i m_{ij} = 1$ であるから、$(M-E)$ の列和は、δ_{ij} をクロネッカーのデルタ記号として $\sum_i (m_{ij} - \delta_{ij}) = 0$ となり、$|M-E| = 0$ となることから、固有値として 1 を持つ。しかも、$m_{ij} \geq 0$ であり、一般には M は既約(注)と考えられるから、フロベニウス根を持ち、かつ、フロベニウスの定理の系として、

$$1 = \min_j \left\{ \sum_i m_{ij} \right\} \leq (\text{フロベニウス根}) \leq \max_j \left\{ \sum_i m_{ij} \right\} = 1$$

がわかっているので、M の固有値 1 はフロベニウス根である。

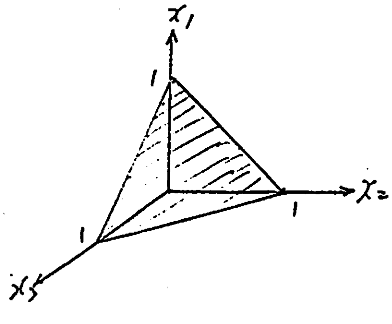
(注) 既約とは、ある行列が、適当な座標変換によって、次のように表せないことである。 $\begin{pmatrix} A & 0 \\ C & D \end{pmatrix}$: A, D は正方行列

ここで $M>0$ ($m_{ij}>0$) ならば、M^nは、$n\to\infty$で収束するが、一般には、$M>0$は期待できない。しかし、$M\geq 0$ ($m_{ij}\geq 0$) の場合でも、Mが primitive(注) の時は、$M^p>0$ ($p\geq 1$) となり、やはり収束する。そして、固有値1の固有ベクトルを x_{ev} ($\sum_i x_{ev}(i)=1$) とすると、$M^\infty=(x_{ev}, x_{ev}\cdots, x_{ev})$ となるので、$x(k+1)$は、初期値 $x(0)$ に無関係に x_{ev} に収束する。また、Mが imprimitive(注) の時は、適当な変換によって、

$$P^{-1}MP=\begin{bmatrix} 0 & M_{12} & & & 0 \\ \vdots & & M_{23} & & \\ 0 & 0 & & \ddots & M_{s-1,s} \\ M_{s1} & 0 & \cdots & & 0 \end{bmatrix}$$

の形にでき、$x(k)$ は $k\to\infty$ で巡回的になる。

以上、Mによって、3つの場合が考えられるが、3次元を例として、直観的な説明を加えておこう。2・1のモデルに従い、$\sum x_i=1$，$x_i\geq 0$ とすると、



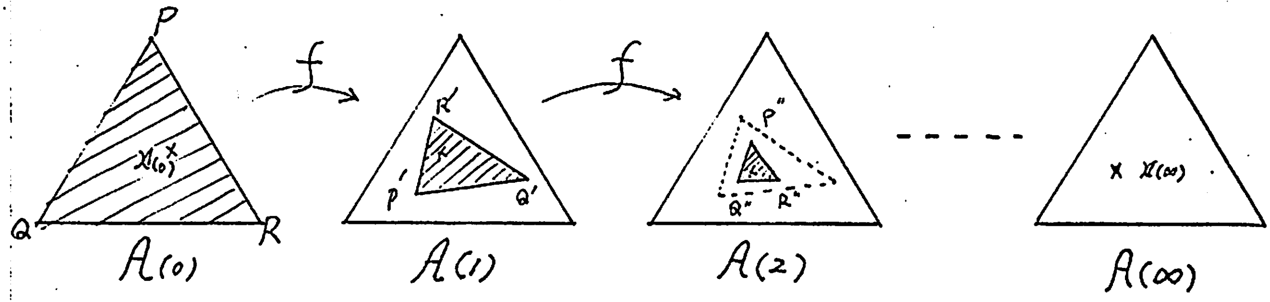
$x(0)$ の範囲は、左図の斜線部の正三角形である。この領域を $A(0)=\{x(0)\}$ とする。

(注)．行列Mのフロベニウス根をrとした時、

$r\neq\lambda$ かつ $|\lambda|=r$

なる固有値λが存在しなければ「primitive」，存在すれば「imprimitive」と言う。

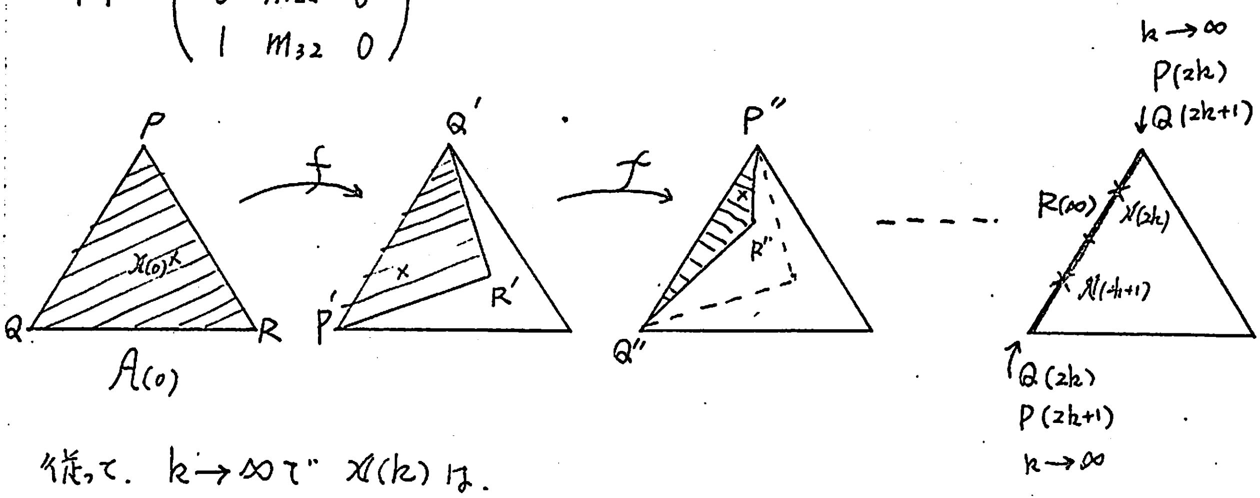
(i) Mが既約で、primitiveの場合。(一般的)



(ii) Mが既約で imprimitiveの場合。

(ex)

$$M = \begin{pmatrix} 0 & m_{12} & 1 \\ 0 & m_{22} & 0 \\ 1 & m_{32} & 0 \end{pmatrix}$$ 絶対値1の固有値として、1以外に−1をもつ



従って、$k \to \infty$で$x(k)$は、

$$x(2k) = \begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \\ 1-\alpha \end{pmatrix}, \quad x(2k+1) = \begin{pmatrix} 1-\alpha \\ 0 \\ \alpha \end{pmatrix}$$ の巡回になる。

(iii) Mが可約(既約でない)の場合

(ex)

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & m_{12} & m_{13} \\ 0 & m_{22} & m_{23} \\ 0 & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix}, \quad M_2 = \begin{pmatrix} m_{11} & 0 & 0 \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix}$$

M_1型とM_2型があり、どちらも収束するが、収束点が$x(0)$に依存する場合もしない場合もある。しかし、拡散行列Mは一般に可約でないと考えるのが自然である。

(2) 集中関数 g について

$x(k+1) = g(x(k))$ の収束性を検討する。但し $\sum x_i = 1$, $x_i \geq 0$ とする。

今, $\max_i \{x_i(0)\} = \{x_{m_i}(0) ; i=1 \sim p\}$ とすると,

$$x_i(k) \geq x_j(k) \text{ ならば } x_i(k+1) = \frac{x_i^2(k)}{\sum x_l^2(k)} \geq \frac{x_j^2(k)}{\sum x_l^2(k)} = x_j(k+1)$$

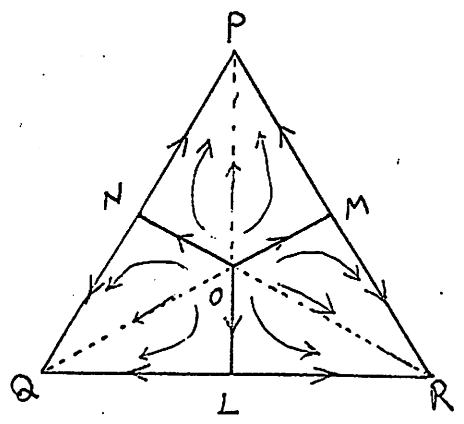
と、大小関係は、保存されるので, $\max_i \{x_i(k)\} = \{x_{m_i}(k) ; i=1 \sim p\}$ となる。

そこで

$$\frac{x_{m_i}(k+1)}{x_{m_i}(k)} = \frac{x_{m_i}(k)}{\sum x_i^2(k)} = \frac{1}{\sum x_i(k) \cdot \frac{x_i(k)}{x_{m_i}(k)}} \geq \frac{1}{\sum x_i(k)} = 1$$

等号は、$x_{m_i} ; i=1 \sim p$ 以外の x_l がすべて 0 のとき成立する。$k=0$ で等号の成立しない場合は、「有界な単調増加数列は収束する」ことから、その収束点は、やはり、等号の成立する点である。それを y とすると、

$$y_{m_i} = \frac{1}{p} \quad ; i=1 \sim p \qquad \text{その他の } y_i = 0 \text{ 。}$$



これを、3次元でみると、左図のように、3つの領域に分れている。P, Q, R は安定な収束点、O, M, L, N は不安定な収束点である。

(3) $g\cdot f$ 関数について

(1), (2) において f, g の収束性は容易に論じられたが、これらが複合された $f\cdot g$ 関数の収束性を一般的に n 次元空間で扱うことは困難であり、ここでは、2次元空間における収束条件を求める。

$$M = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 1-\alpha & 1-\beta \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{x}_k = \begin{pmatrix} x_k \\ 1-x_k \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{x}'_k = f(\boldsymbol{x}_k), \quad \boldsymbol{x}_{k+1} = g(\boldsymbol{x}'_k)$$

但し $\begin{pmatrix} 0 \le x_k \le 1 \\ 0 \le \alpha \le 1 \\ 0 \le \beta \le 1 \end{pmatrix}$

とすると、漸化式は

$$x'_k = (\alpha-\beta)x_k + \beta$$

$$x_{k+1} = \frac{(x'_k)^2}{(x'_k)^2 + (1-x'_k)^2}$$

となる。ここで $x_k = x$, $\Delta(x) = x_{k+1} - x_k$ とおくと

$$\Delta(x) = -\frac{2(\alpha-\beta)^2 x^3 + (\alpha-\beta)(5\beta-2-\alpha)x^2 + (4\beta^2-2\beta+1-2\alpha\beta)x - \beta^2}{2(\alpha-\beta)^2 x^2 + 2(\alpha-\beta)(2\beta-1)x + 2\beta^2-2\beta+1}$$

はじめに、$g\cdot f$ 写像による不動点の存在及びその個数を調べる。

$$\Delta(x) = -\frac{r(x)}{s(x)}$$

とおくと、不動点の数は、$0 \le x \le 1$ における $r(x) = 0$ の根の数に等しくなる。ところが

$$r(0) = -\beta^2 \le 0$$

$$r(1) = (1-\alpha)^2 \geqq 0$$

なので，不動点が少くとも一つ存在することは明らかである。

そこで．次に．不動点が最大数の3個の場合の条件を調べる。

$r(x)=0$ は3次方程式なので．その必要十分条件は

(i) $r'(x)=0$ の二根 p_1, p_2 が実数根で．$0<p_1, p_2<1$。

(ii) $r(p_1)>0$，$r(p_2)<0$ ，但し．$p_1<p_2$ とする

である。そこで

$$r'(x) = 6(\alpha-\beta)^2 x^2 + 2(\alpha-\beta)(5\beta-\alpha-2)x + 4\beta^2 - 2\beta + 1 - 2\alpha\beta$$

$$p_1, p_2 = \frac{-(\alpha-\beta)(5\beta-\alpha-2) \pm \sqrt{D}}{6(\alpha-\beta)^2}$$

$$D = (\alpha-\beta)^2(5\beta-\alpha-2)^2 - 6(\alpha-\beta)^2(4\beta^2-2\beta+1-2\alpha\beta)$$

$$= (\alpha-\beta)^2(\alpha^2+\beta^2-2+2\alpha\beta+4\alpha-8\beta)$$

$$r(x) = r'(x)\cdot\left\{\frac{1}{3}x + \frac{5\beta-2-\alpha}{18(\alpha-\beta)}\right\} + \frac{1}{9}\left\{-\alpha^2-\beta^2+2-2\alpha\beta-4\alpha+8\beta\right\}x$$

$$-\frac{1}{18(\alpha-\beta)}\left\{2\alpha^2\beta+4\alpha\beta^2+2\beta^3+6\alpha\beta-18\beta^2-\alpha+9\beta-2\right\}$$

これらの式を使って．上の条件(i)(ii)を整理していくと．

まず $D>0$ から

$$\alpha^2+\beta^2-2+2\alpha\beta+4\alpha-8\beta>0 \qquad \text{-----} (C-1)$$

$0 < p_1$ から、

$$\sqrt{D} < -(\alpha-\beta)(5\beta-\alpha-2)$$

両辺を自乗して、整理すると

$$0 < 4\beta^2-2\beta+1-2\alpha\beta = (2\beta-1)^2+2\beta(1-\alpha)$$

これは、$\beta \geq 0$、$\alpha \leq 1$ から、$\beta=\frac{1}{2}$, $\alpha=1$ 以外では常に成立する。

そこで条件は、

$$(\alpha-\beta)(5\beta-\alpha-2) < 0 \quad \text{但し、} \beta=\tfrac{1}{2}, \alpha=1 \text{ を除く} \quad ---- (C-2)$$

$p_2 < 1$ から

$$\sqrt{D} < (\alpha-\beta)(5\alpha-\beta-2)$$

これは、$p_1 < 0$ と同じようにして、

$$(\alpha-\beta)(5\alpha-\beta-2) > 0 \quad \text{但し、} \alpha=\tfrac{1}{2}, \beta=0 \text{ を除く} \quad ---- (C-3)$$

$f(p_1) > 0$ から

$$D\sqrt{D} > (\alpha-\beta)^3(\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3+6\alpha^2-6\alpha\beta-12\beta^2+3\alpha+21\beta-10)$$

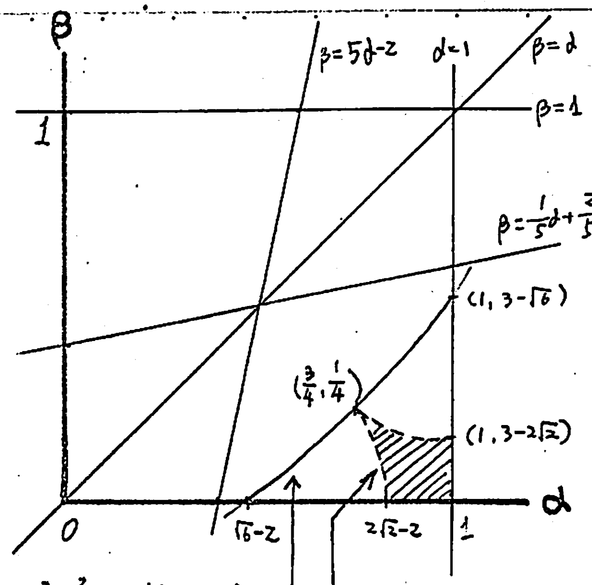
同じく $f(p_2) < 0$ から

$$D\sqrt{D} > -(\alpha-\beta)^3(\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3+6\alpha^2-6\alpha\beta-12\beta^2+3\alpha+21\beta-10)$$

以上、2式から、

$$(\alpha^2+\beta^2-2+2\alpha\beta+4\alpha-8\beta)^3 > (\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3+6\alpha^2-6\alpha\beta-12\beta^2+3\alpha+21\beta-10)^2$$

---- (C-4)



$\alpha^2+\beta^2-2+2\alpha\beta+4\alpha-8\beta=0$

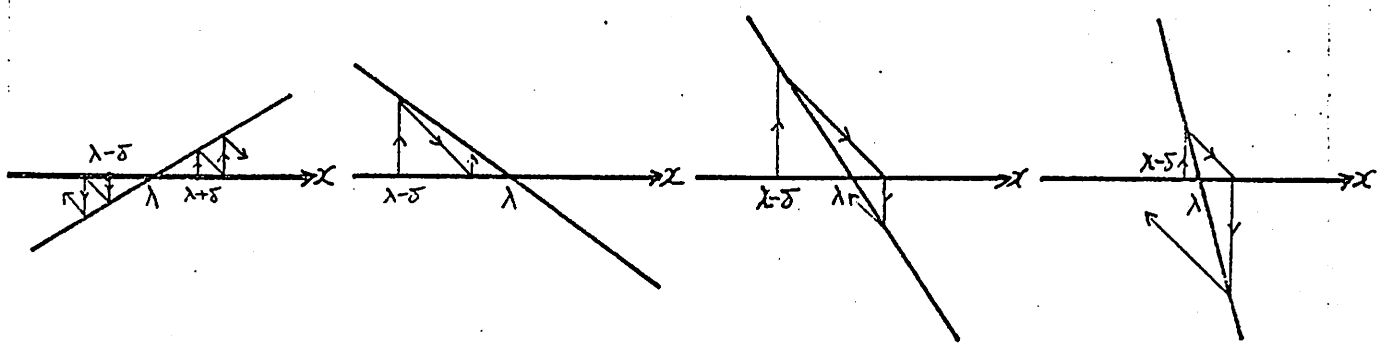
$(\quad〃\quad)^3=(\alpha+\beta-1)^2(\alpha^2+\beta^2+10+2\alpha\beta+7\alpha-11\beta)^2$

以上、条件(i)(ii)は 条件(C-1~4)に置き換えられ、それは、α-β平面では、左図斜線部である。従って、図の点線上は不動点が2個となり、他は1個となる。

次に、不動点の安定性について調べる。それは、不動点のx座標をλとして、$0<\delta<<1$のとき、$\lambda\pm\delta$が$g\cdot f$写像を繰返したときλに近づくとき、安定であり、遠ざかる時は、不安定である。これは$\Delta'(\lambda)$に依存し、下図からわかるように、$0>\Delta'(\lambda)>-2$が安定の条件である。そこで、$r(\lambda)=0$から

$$\Delta'(\lambda)=-\frac{r'(\lambda)s(\lambda)-r(\lambda)s'(\lambda)}{s^2(\lambda)}=-\frac{r'(\lambda)}{s(\lambda)}$$

① $0<\Delta'(\lambda)$　② $-1<\Delta'(\lambda)<0$　③ $-2<\Delta'(\lambda)<-1$　④ $\Delta'(\lambda)<-2$



一方,

$$\Delta(0) = \frac{\beta^2}{\beta^2+(1-\beta)^2} \geq 0$$

$$\Delta(1) = \frac{-(1-\alpha)^2}{\alpha^2+(1-\alpha)^2} \leq 0$$

であることから, $0 \leq x \leq 1$ において, 不動点が 1 個の場合は, 必ず $\Delta'(\lambda) < 0$ であり, 3個の場合は, それを, $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$ とすると, $\Delta'(\lambda_1) < 0$, $\Delta(\lambda_2) > 0$, $\Delta(\lambda_3) < 0$ であることは明らかである。

そこで $\Delta'(\lambda) > -2$ の条件だけを調べると,

$$0 < \Delta'(\lambda) + 2 = -\frac{r'(\lambda) - 2s(\lambda)}{s(\lambda)}$$

ここで $r(\lambda) = 0$ を用いると

$$s(\lambda) = 2(\alpha-\beta)^2\lambda^2 + 2(\alpha-\beta)(2\beta-1)\lambda + 2\beta^2 - 2\beta + 1$$

$$= \frac{(\alpha-\beta)^2\lambda^2 + 2\beta(\alpha-\beta)\lambda + \beta^2}{\lambda} = \frac{\{(\alpha-\beta)\lambda + \beta\}^2}{\lambda} > 0$$

従って条件は

$$0 > r'(\lambda) - 2s(\lambda) = 2(\alpha-\beta)^2\lambda^2 - 2(\alpha-\beta)^2\lambda + 2\beta - 2\alpha\beta - 1$$

結局, 不動点の安定条件は, $r(x) = 0$ の根のうち, $0 \leq x \leq 1$ でかつ, $\Delta'(x) < 0$ のもののうちで, 上の不等式を満すことであり, これで

数学的な安定条件は求まったことになるが，この条件を一つの式に整理するためには，三次方程式 $F(x)=0$ の根の公式を用いる必要があり，煩雑である。そこで，安定条件の必要条件と十分条件から直観的な α-β 平面での領域を示す。

即ち，$0 \leq \lambda \leq 1$ だから，この範囲で，$0 > F'(\lambda)-2f(\lambda)$ を満す λ が少なくとも一つ存在しなければいけない。ところが，方程式 $F'(\lambda)-2f(\lambda)=0$ は $0<\lambda=\frac{1}{2}<1$ で最小値をとるので，結局，必要条件は，判別式が正であることになる，そこで

$$D_1 = (\alpha-\beta)^2(\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2-4\beta+2) > 0$$

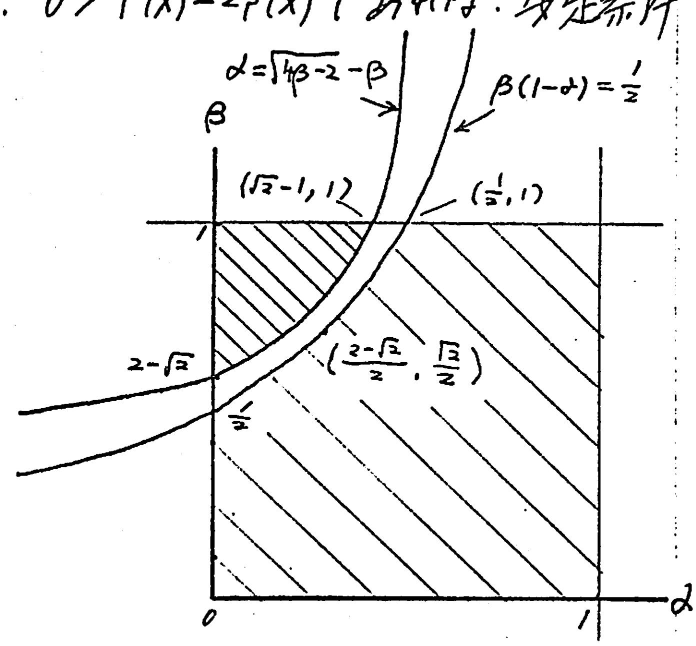
即ち，$\alpha > \sqrt{4\beta-2}-\beta$

一方，$0 \leq \lambda \leq 1$ において，常に，$0 > F'(\lambda)-2f(\lambda)$ であれば，安定条件は，共に満たされることから，

$F'(0)-2f(0) = F'(1)-2f(1)$

$= 2\beta-2\alpha\beta-1 < 0$ 。

この二不等式から，青線部は，安定，赤線部は不安定な不動点の存在領域である。



2・3　その オートマトン理論的解析 -----「制御問題」

この思考モデル TM は、入出力数こそ、有限（n 個）であるが、n 次元空間における超平面の一部の領域が状態空間となっているために、状態数は無限である。従って、有限な決定オートマトンの理論のような明確な扱いは、望むべくもない。ここでは、その可能性を検討するに止めたい。なお、煩雑さを避けて、3次元で論じるが、n 次元との本質的差違はないと思う。

(1) 1ー等価状態集合

決定オートマトンでは、ある二つの状態 g_1 と g_2 が、長さ k の、任意の入力系列 J_k に対して、同じ出力系列 $w(J_k, g_1) = w(J_k, g_2)$ のとき、g_1 と g_2 は「kー等価状態である」という。そこで、これに習い、無限個の状態数を「1ー等価状態集合」に分けることを考える。一例として、図2-2のように $\Delta P_2Q_2R_2 = f(\Delta P_1Q_1R_1)$ の場合をみる。$\Delta P_1Q_1R_1$ は、先述のように

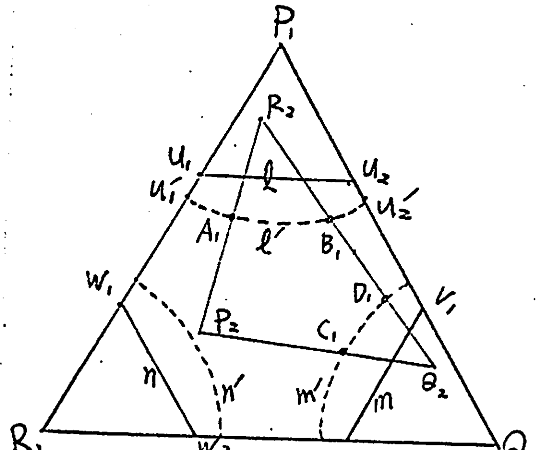
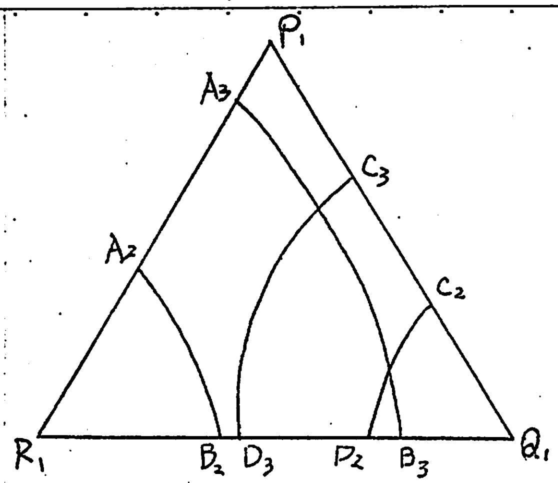


図2-2

$x_{P_1}^t = (1,0,0)$, $x_{Q_1}^t = (0,1,0)$, $x_{R_1}^t = (0,0,1)$



40

図 2-3

である。l, m, n は、各々 $x_1=T$, $x_2=T$, $x_3=T$ なる直線で、$x_i \geq T$ のとき、O_i が出力となる。今、時刻 $k+1$ に、O_1 が出力となるとき、状態は $x(k+1)$, $x'(k)$ であったとすると、

$$O_1 = h(x(k+1)) = h\{g(x'(k))\} = h\cdot g\cdot f\left(x(k)+\mathrm{I}(k)\right)$$

そこで、これを逆変換していくと

$$\{x(k+1)\} = h^{-1}(O_1(k+1)) = \triangle P_1U_1U_2$$

$$\{x'(k)\} = g^{-1}(x(k+1)) = \text{領域 } P_1U_1'U_2' \quad \text{。但し、} l = g(l')$$

$$l' ; (1-T)x_1^2 = x_2^2 + x_3^2$$

ここで、$\triangle P_2Q_2R_2 = f(\triangle P_1Q_1R_1)$ であるから

$$\{x'(k)\} = \text{領域 } R_2A_1B_1 \subset \text{領域 } P_1U_1'U_2'$$

$$\{x(k)+\mathrm{I}(k)\} = f^{-1}\left[\{x'(k)\}\right] = \text{領域 } R_1A_2B_2 \quad (\text{図 } 2\text{-}3)$$

結局

$$\begin{cases} \mathrm{I}(k) = 0 \text{ のとき} & \{x(k)\} = \text{領域 } R_1A_2B_2 \\ \mathrm{I}(k) = \mathrm{I}_3 \text{ のとき} & \{x(k)\} = \text{領域 } R_1A_3B_3 \end{cases} \quad \text{但し、} \left(\begin{array}{l} R_1A_3 = 2R_1A_2 \\ R_1B_3 = 2R_1B_2 \end{array} \right.$$

出力 O_2 についても同様にして

$$\begin{cases} \mathrm{I}(k) = 0 \text{ のとき} & \{x(k)\} = \text{領域 } Q_1C_2D_2 \\ \mathrm{I}(k) = \mathrm{I}_2 \text{ のとき} & \{x(k)\} = \text{領域 } Q_1C_3D_3 \end{cases}$$

出力 O_3 については.

$$領域\ R_1W_1'W_2' \cap \triangle P_2Q_2R_2 = \phi$$

のために. $\{x(k)\} = \phi$ 。

出力 $O = 0$ となるのは. 以上の残りで

$$\begin{cases} I(k)=0 \text{ のときは } & \{x(k)\} = \triangle P_1Q_1R_1 - 領域\ R_1A_2B_2 - 領域\ Q_1C_2D_2 \\ I(k)=I_1 \text{ のときは. } & \{x(k)\} = \triangle P_1Q_1R_1 \\ I(k)=I_2 \text{ のときは. } & \{x(k)\} = \triangle P_1Q_1R_1 - 領域\ Q_1C_3D_3 \\ I(k)=I_3 \text{ のときは. } & \{x(k)\} = \triangle P_1Q_1R_1 - 領域\ R_1A_3B_3 \end{cases}$$

従って. 本例では.「1-等価状態集合」は. 図2-3 のように 7つに分けられる。

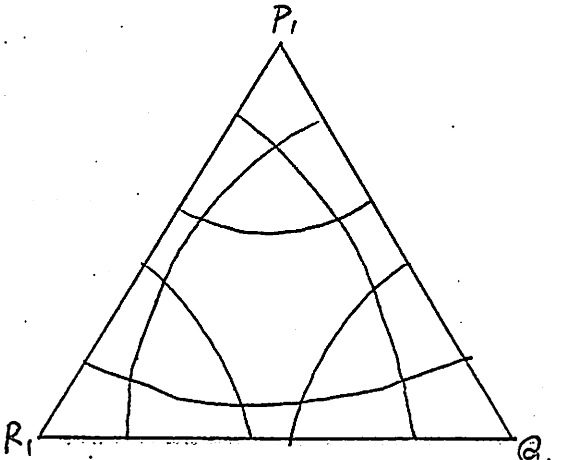


図2-4

最大数は. 図2-4 のような場合で 16 になる。形式上は. 入出力とも 4種あるので. $4^4 = 256$ になるが. 例えば. 入力 II で出力 O_j の領域の中には入力 0 で O_j の領域が含まれる等の相関があり. 実際は. 16 より大きくなることはない。

この「1-等価状態集合」が多いほど, システムの動特性は変化に富むが, その条件としては. 閾値が小さいこと. 及び, 拡散行列 M において. 各列の

最大元が，かなり大きい値をとること，及び．その最大元が，各行で．複数□とることが少ないことがあげられる。

なお．実際の状態空間は．$x_i \geq T$ のとき $x_i = 1$ という h 関数の影響で，$T \leq x_i < 1/2 - T$，$i = 1 \sim 3$ の部分が，空集合になっているが，本論には．関係しないので無視した。

(2) 制御問題．

一般に最も．よく論じられている制御問題は，状態遷移法則が既知で，初期状態が未知という条件のもとで．ある指定された状態へ導く．入力系列を見出すという類の問題である。しかし．この思考モデルTMは．状態数が無限であり．このような問題は．不可能であるので，状態のかわりに．(1)で述べたI-等価状態集合について，その制御の可能性を検討する。

$\mathbb{I}(k) = \mathbb{I}_j$ の場合について．状態の受ける影響を考えると，$\sum x_i = 1$ から．

$$\mathbb{I}_j = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \begin{array}{c} 1 \\ \vdots \\ \\ j \\ \\ \vdots \\ n \end{array} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \\ 1 & \cdots & 1 \\ 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \cdot x(k) = F_j \cdot x(k) \quad ; \quad f_{ji} = 1,\ \underset{k \neq j}{f_{ki}} = 0,\ i = 1 \sim n$$

となる。そこで f 写像を行うと．

$$x'(k) = f(x(k), \mathbb{I}(k)) = M \cdot \frac{x(k) + \mathbb{I}_j}{2} = M \cdot \frac{1}{2}(E + F_j) \cdot x(k)$$ 。

そこで $\frac{1}{2}(E+F_j)=A_j$ とおくと、3次元の場合は、

$$A_1=\begin{bmatrix}1&\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\0&\frac{1}{2}&0\\0&0&\frac{1}{2}\end{bmatrix},\quad A_2=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}&0&0\\\frac{1}{2}&1&\frac{1}{2}\\0&0&\frac{1}{2}\end{bmatrix},\quad A_3=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}&0&0\\0&\frac{1}{2}&0\\\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&1\end{bmatrix}.$$

$M=M_0$, $M_j=M_0\cdot A_j$ とすると、図2-1のTMは、図2-5と表すことができる。これは $\beta=1$ のときで、一般には $A_j=(E+\beta F_j)/1+\beta$ とすればよい。

さて、以上の考察で、任意の入力は、拡散行列で置き換えることが、わかったので、次に、下のような複合写像を考える。

$$f^n(i_1,i_2,\cdots,i_k)=\left\{\prod_{j=1}^{k}(g\cdot M_{i_{k-j+1}})\right\}^n=\left\{g\cdot M_{i_k}\cdot gM_{i_{k-1}}\cdots g\cdot M_{i_1}\right\}^n$$

$f^n(i_1\sim i_k)\cdot x(0)$ の $n\to\infty$ を考えると、2-2節の考察から、収束又は巡回的になる。そして、それが、一般には、初期状態 $x(0)$ によらないと思われるので、実験的に、この状態が、「1-等価状態集合」のどれに属するか

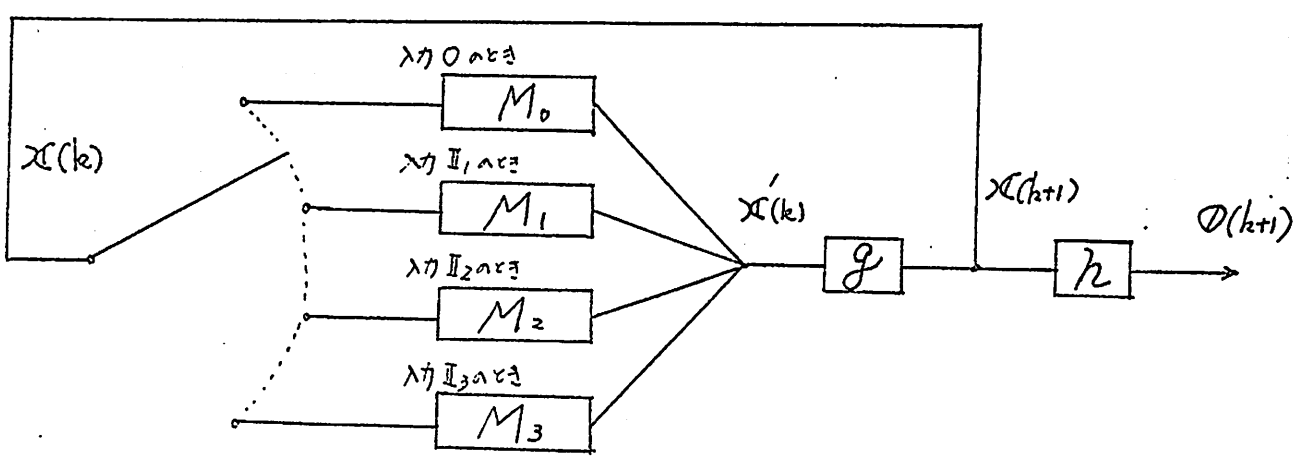


図2-5

を調べることができる。$n \to \infty$ というのは非現実的であるが、実際には、ある程度、n が大きくなれば、$x(0)$ の依存度は無視できるし、ましてや、この場合は、収束点が「一等価状態」のどの集合に属するかを調べるのだから、収束点にある程度近づけば、そこで実験をよしても、それによる誤差は小さい。

このようにして、何種類かの $f^n(i_1, \cdots, i_k)$ について、その定常状態を調べ、できるだけ多くの「一等価状態集合」について、最も簡単な $f^n(i_1 \cdots i_k)$ を、一つずつ、対応させておくならば、その「一等価状態集合」については、制御可能ということになる。しかし、今のところ、この実験をいかに能率よく行うか、また、この方法で、存在可能な「一等価状態集合」について、有限回で発見できるかどうかという問題は、未解決である。

2·4 その心理学的解析

モデルTMの拡散関数f，集中関数gについては，1.5節の考察との対応で，既に，明らかであろう。f，g及びフィード・バックループの組合せ方については，他にも考えられるが，1.1節で述べた発達心理学的知見など，考え合せると，この組合せが妥当であろう。

ヴィゴツキーによって，4～6才児の自己中心言語は，7才位までに，内言(思考言語)へと発達することが明らかにされているが，それは，丁度，図2-6において，ループ1からループ2への移行として把握される。言葉を覚えはじめた頃の幼児は，未だ，思考能力を持たないために，ループ1もループ2もなく，条件反射的構造になっている。そして，言語能力が発達してくると，自己中心言語を話すようになり，ループ1を利用して，疑似思考を行う。このような，ループ1の活用の積重ねが，ループ2の発達を促し，7才頃には，このループ2が

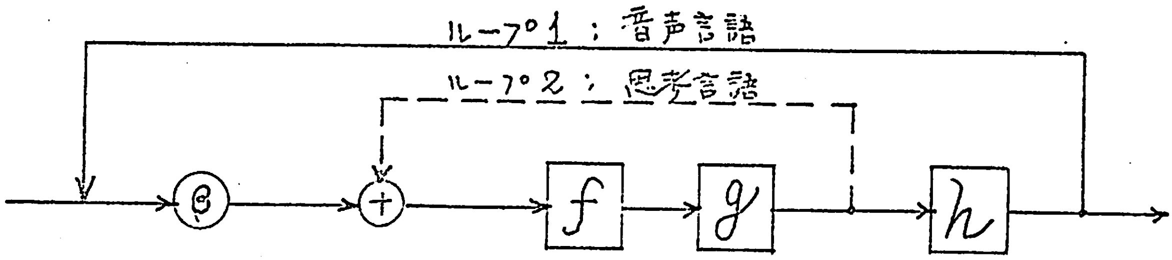


図2-6　自己中心言語から内言へ

定着して，ループ2の代用品としてのループ1は、消滅していく。このような、ヴィゴツキー理論の裏づけが，ループ2の存在の意味を、明らかにする。

さて、TMが、思考モデルであるならば，そこに，性格とか、精神状態が、どのように表現されるかという問題は、興味のあるところである。TMにおいて、変化させうるパラメータとしては、外部入力に対する注意度β、f関数の連想の性質を表すα，覚醒度を示す，f関数のべき乗数P，

表2-1

		幼児	少年	青年	老人
α	正		空想的 解放感	奇抜性 情緒不安定	作話的 無頓着
	負		神経質 抑圧感	単純思考 神経衰弱	頑固
β	大	覚醒良好	好奇心強 知識欲大	他人理解意欲大 神経過敏	
	小	疲労，眠気	内向性 閉鎖的	自己中心的 反省的	普通
P	大		意識鮮明 賢明	意識鮮明 言語思考力大	
	小	普通	意識散慢 低能	感覚的 鈍感無為	普通 老人性痴呆化
T	大		優柔不断 消極的	内向的 慎重	普通
	小	普通	活撥 積極的	自己主張的 多弁	

言語化関数 h の閾値 T があるので、この α, β, P, T を用いて、例えば、夢中で考え込んでいる時は、β 小、P, T 大、ぼんやりしている時は、$\alpha>0$、β, P 小、T 大、不安な状態では、$\alpha<0$、β, P 大、T 小、快感時には、$\alpha>0$、β, P, T 小、自己主張時には、β, T 小、P 大、逆に、謹聴しているときは、β, P, T 大 というような状態表現が考えられる。一般には、モデルTMに対する年齢層の仮定によって異なると思われるので、表2-1に、そのことを考慮して、各パラメータの個々の変化による状態表現をまとめてみたが、このような形式的な分類は、必ずしも当を得ていない。このパラメータ変化については、更に3・1節(7)において、具体的な討論学習過程を通して、考察する。

2・5　失語症のモデル解析

1・2節において、思考障害としての失語症が、思考過程の解析に役立つことを述べたが、ここでは逆に、思考モデルTMを用いて、失語症が、どの程度、説明されるかをみてみたい。そのやり方は、2・4節と同じく、パラメータ変化によるが、その変化を大きくすれば、病的症状に似た障害が生じると思われる。

まず、運動失語における代表的症状として、自発言語や復唱が犯され、言語了解では、簡単なものは保たれるが、複雑になると困難であるという場合は、言語化関数の閾値Tを大きくすることで説明される。自発言語、復唱が困難になることは自明であり、更に、h関数の、$g_i \geq T$のとき$g_i = 1$という機能が失なわれるために、条件反射的思考は保たれても、f・gサイクルの中で、拡散作用が支配的になり、言語的思考は困難となるため、単純な命令は了解して正しい反応を起すが、複雑なものに対しては混乱してしまうという結果になると考えられる。極端な場合は、$T > 1$となり、これは純粋語唖に一致する。

運動失語の一部には、意味の骨格である体言、用言は用いられるが、助詞、助動詞などの、文の形態部分が失なわれる失文法（電文体）症状をきたすものがある。これは、ある概念想起と、それにつづく概念想起との間を結ぶものの欠陥であり、情報量の小さいものを失なわせる$\alpha < 0$と対応される。より抽象的な概念は、意味空間において、薄密度、広範囲と考えられ、$\alpha < 0$による影響は大きい。事実、この場合、条件反射的思考の連続になることが、第三章で確められる。

感覚失語の代表的症状として、言語の了解面の障害がひ

どく、自発言語は、語健忘，保続、錯語傾向はあっても、比較的保たれていて、ある多弁であるという場合は、聴覚入力が、語として認識されないので $\beta \ll 1$，そして、自発言語については，健忘は、αを正で大とすることによって，同一言語の保続は、更に、拡散行列にγEを加えて、$M+N(\alpha)+\gamma E$とすることによって、錯語的で,かつ多弁なのは、P小，T小によって対応づけることができる。$+\gamma E$の項は2.1節では述べなかったが，これは、直前の思考内容を短期間記憶する項で，思考の躊躇時には、抑制作用があると考えられる。（なお、この抑制作用は、第二章では、不応期として、簡単に表現した。この作用を考えないと，単位行列に近い未発達の拡散行列では、ここで述べた、失語症の保続症状があらわれてしまう。）この極端な場合は、$\beta=0$となり、純粋語聾と一致する。

健忘失語は、運動失語の失文法とは逆に，名詞（特に物質名詞）や形容詞が犯され，喚語障害をきたすが，助詞，助動詞が失なわれることはない。この場合は、情報量の大きいものが犯されるので、$\alpha>0$に対応する。ある概念への，そしてその概念からの連想の様相は、定性的には保たれるため、概念の意味は把握されるが、十分な想起にいたらないので、言葉は、想い出せない。具体的概念は

意味空間において、濃密度、狭範囲と考えられるので、$\alpha>0$によってうける影響は大きい。

伝導失語や超皮質性失語は、症状としては、他との区別があまりはっきりしないが、特徴的事柄としては、前者では、復唱が最もひどく犯されるということ、後者では、皮質性失語と異り、復唱が比較的良好だということが掲げられる。しかし、TMは、思考過程のモデルとして考えだされたものであるため、復唱のように、それ自体は思考と直接関係のない行為を行なわせるには、少し無理があるので、その点からの解析はむつかしい。ただ、P減少による言語了解困難の度合は、感覚失語よりも、超皮質性感覚失語の方が大きいと言える。何故ならば、復唱では、もともと拡散作用は弱いので、Pの減少によって、集中化作用が弱化しても、それによって妨げられることはないということ、及び、Pの減少は、$\beta \ll 1$とは異なり、言語了解ばかりでなく、言語表出(自発言語)に対しても、かなり悪影響を及ぼすと考えられるが、このことは、超皮質性感覚失語の方が、自発言語障害が大きいことと一致するということの二点が理由である。

全失語は、(i) $\beta=0$ かつ $T>1$ (ii) $\alpha \gg 0$ (iii) $\alpha \ll 0$ (iv) $P \ll 1$ の

どの場合にも、起こりえるが、この症状が回復に向う場合は、運動失語から感覚失語へ移行するという臨床的事実から考えて、(1)が妥当かと思われる。しかし、病巣が、かなり広範囲の言語領域の場合に限られるので、α、β、Pによる変化も当然起るものと思われる。

このように、思考モデルTMのパラメータの変化によって、失語症の種々の症状を模擬することができる。ここでは、失語症の定型的分類に従って、モデル解析を行ったが、このような方法が失語症の解析に有効性を持つためには、実際の症例では、いろんな症状が混在して、個々、独自性があることを考慮して、一つ一つの症例ごとのモデル解析から始めることが必要である。勿論、その過程での、モデルの複雑化は、ある程度止むをえないだろう。